

DOI: 10.7652/xjtuxb201709020

叶栅气动反问题的伴随优化解法及应用

朱玉杰¹, 琚亚平¹, 戴韧², 张楚华¹

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 上海理工大学能源与动力工程学院, 200093, 上海)

摘要: 伴随方法是当前流体机械优化设计领域的研究热点, 具有计算量与设计变量数目基本无关的优点。鉴于以往相关研究尚未将伴随方法用于有分离流动条件下的叶栅气动反问题设计, 建立了一套集叶片几何参数化、网格生成、流场求解、伴随场求解与优化求解于一体的叶栅气动反问题的优化求解方法, 从减弱流动分离的角度出发, 通过给定更合适的叶片表面压力分布, 完成了叶栅反问题求解。研究表明, 所得叶片吸力面型线更为平缓, 在所研究的2种攻角下的尾缘附近流动分离较优化前得到了有效缓解。该研究有利于发展高效、宽工况叶栅设计技术, 并可为复杂流体机械部件的先进设计奠定理论基础。

关键词: 叶栅; 几何参数化; 伴随方法; 反问题; 优化设计

中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)09-0138-07

Adjoint Optimization Method for Aerodynamic Inverse Problem of Cascades

ZHU Yujie¹, JU Yaping¹, DAI Ren², ZHANG Chuhua¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Adjoint method based design optimization is currently a hot topic in the field of fluid machinery, which has the advantage that the computation cost is almost independent of the number of design variables. In view of that few efforts in previous researches have been devoted to the inverse aerodynamic design of cascades with flow separation by means of the adjoint method, an optimization method for aerodynamic inverse problem of cascade, which includes blade geometry parameterization, grid generation, flow solving, adjoint field solving and optimizing, is proposed. From the point of view of weakening the flow separation, the aerodynamic inverse design of a cascade is completed by giving a desirable surface pressure distribution on the blade. The results show that the suction profile of the obtained blade becomes flatter than the initial design, and the flow separation near the trailing edge is weakened at two investigated attack angles. This approach is beneficial for the development of aerodynamic design technology of cascades with higher efficiency and wider operating range.

Keywords: cascade; geometry parameterization; adjoint method; inverse problem; design optimization

高效、宽工况叶栅的气动设计技术始终是发展先进航空发动机和燃气轮机等的关键问题。一般而

收稿日期: 2017-03-06。 作者简介: 朱玉杰(1990—), 女, 博士生; 张楚华(通信作者), 男, 教授, 博士生导师。 基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2016YFB0200901); 国家自然科学基金资助项目(51406148); 教育部重大科技基础设施培育计划资助项目。

网络出版时间: 2017-07-10

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20170710.1716.012.html>

言,每种叶栅模型都有各自的高效稳定运行范围,当运行攻角高于一定值后,叶片表面出现流动分离,流动损失增加;进一步增加攻角,流动分离区扩大,叶栅气动性能恶化,压气机出现旋转失速及喘振等失稳现象^[1]。因此,减弱或者推迟流动分离,扩大叶栅的高效稳定运行范围,是流体机械学科和透平压气机行业的重要内容。

经过多年的发展和完善,基于流动分析的叶栅气动设计方法主要分为如下3类^[2]:正问题、反问题和优化问题。正问题是根据叶栅进、出口设计参数,在已有的翼型族,如NACA系列、RAE系列的基础上设计初始叶栅,然后通过反复的流场计算和叶片表面形状修正,最终得到满意的叶栅设计结果;反问题是给定叶片表面上的速度或者压力分布,然后通过流场计算反求叶片表面形状和其他气动参数;优化问题是在现有的叶栅基础上通过求解一个优化命题,得到目标函数最优且满足给定约束条件的设计结果。可见,在正问题设计中,流场计算量较大,如何修正叶片表面形状具有一定的盲目性;在反问题设计中,尤其对于叶栅内流反问题设计,压力面和吸力面上的流动参数相互影响,从数学上讲,同时独立给定压力面和吸力面上的压力分布,其反问题是一个过定问题,一般没有精确解,只有逼近解^[3]。那么,如何求出反问题的逼近解则可以归纳为一个优化问题。

优化求解方法可分为两类:以有限差分法、伴随方法为代表的梯度类求解方法^[4],及以遗传算法、模拟退火算法为代表的随机类求解方法^[5]。其中,伴随方法基于最优控制理论,其计算量与设计变量数目基本无关,较好地解决了“维数灾难”问题。根据伴随方程的形式不同,伴随方法分为离散型伴随方法和连续型伴随方法,连续型伴随方法具有物理意义明确、表达形式简洁直观等特点^[6],成为近年来国内外流体机械优化设计的研究热点^[7-10]。

Bonaiuti等基于响应面模型、多目标进化算法和计算流体力学方法,采用优化方法求解了离心叶轮的反问题,其优化变量为平均S2 m流面上的环量分布控制参数^[11]。Li等用伴随方法求解了叶栅反问题。但是,目前还未有将伴随方法用于叶栅扩稳,尤其是抑制流动分离现象的反问题设计^[9,12]。

本文基于连续伴随方法理论,建立了一套集叶片几何参数化、网格生成、流场求解、伴随场求解与优化求解于一体的叶栅反问题的优化求解方法。通过对比不同攻角下的叶栅流场分离现象,对叶栅叶

片表面的压力分布进行了分析,从减弱流动分离的角度出发,给定更适合于有攻角下的叶栅叶片表面压力分布,采用伴随方法,通过最小化叶片表面压力和给定压力分布的差值,求解叶栅的气动反问题的逼近解,以期后续复杂流体机械部件的先进设计奠定理论基础。

1 叶片几何参数化建模方法

叶片几何参数化建模是开展叶栅气动优化设计的首要环节,其关键在于如何实现对叶片外形的精确描述和灵活控制^[13]。鉴于Bezier曲线具有几何不变性、对称性、保凸性、变差减小性等优点,非常适合于空间曲线的几何描述,所以本文采用Bezier曲线对叶栅叶片进行几何参数化建模。关于 n 次Bezier曲线的数学定义如下

$$H(z) = \sum_{i=0}^n B_{i,n} R_i = \sum_{i=0}^n C_n^i (1-z)^{n-i} z^i R_i \quad (1)$$

式中: $H(z)$ 为曲线上的任意一点; $z \in (0,1)$ 为与型值点对应的参变量; $B_{i,n}$ 为Bernstein基函数; C_n^i 为组合数; R_i 为Bezier曲线的控制顶点。

本文采用6次Bezier曲线对叶型的压力面和吸力面分别进行拟合,为保证2条Bezier曲线在前缘相切,将压力面、吸力面Bezier控制多边形的第1个控制点均与叶片前缘点重合,第2个控制点与第1个控制点均落在一条直线上,压力面、吸力面Bezier曲线在前缘点光滑连接。图1给出了对NACA 65-(12)10翼型的拟合结果,可以看出拟合曲线和原始数据吻合良好,从而验证了基于Bezier曲线的叶片几何参数化方法具有较高的精度。

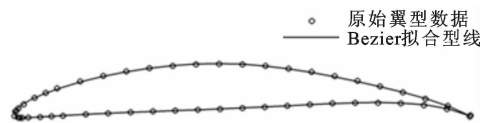


图1 NACA65-(12)10翼型的Bezier曲线拟合结果

2 叶栅流场数值计算方法

通过数值求解二维定常可压缩N-S方程,获取叶栅的气动性能和内部流场,其中采用了S-A湍流模型,而空间导数项采用中心格式的有限体积法进行离散。为了抑制数值振荡,加强格式的稳定性,在离散的方程组中加入了人工黏性项。时间导数项采用显式五步Runge-Kutta法进行时间推进。此外,引入当地时间步长、隐式残差光顺和多重网格技术来加速收敛。

在数值计算过程中,网格质量的好坏会直接影响收敛速度及计算精度。本文采用无限插值法分块生成叶栅流道的初始网格。具体来说,通过在叶片前缘和尾缘引入合适的网格控制线,将叶栅区域分为进口延伸段、叶片段和出口延伸段3个区域,在每个区域的边界给定满足网格疏密要求的节点分布,再利用无限插值法分别生成每个区域内部的网格节点。为保证网格正交性和光滑性的要求,采用改进二维 R-L 方法^[14]对初始网格进行光滑处理。图2给出了本程序生成的叶栅流场计算网格,其中叶片源自 NACA 65-(12)10 翼型,叶片安装角为 25.9° ,最大网格长宽比为 243.73,最小网格线夹角为 26.83° ,这样网格质量满足要求。

基于上述数值计算方法编写流场计算程序,并对图2所示叶栅内部流动进行数值模拟。数值计算中采用的几何以及边界条件等均与文献^[15]中叶栅吹风实验条件保持一致,即叶片弦长 $l=127\text{ mm}$,叶栅稠度为 1.0,进口气流角为 30° ,进口马赫数为 0.085,雷诺数为 2.45×10^5 ,攻角 $\alpha=4.1^\circ$ 。图3给出了数值模拟结果与实验数据的对比。可以看出,预测所得叶栅叶片表面压力系数曲线与实验结果吻合很好,从而验证了本文流场求解程序能够较为精确地预测叶栅的气动性能。

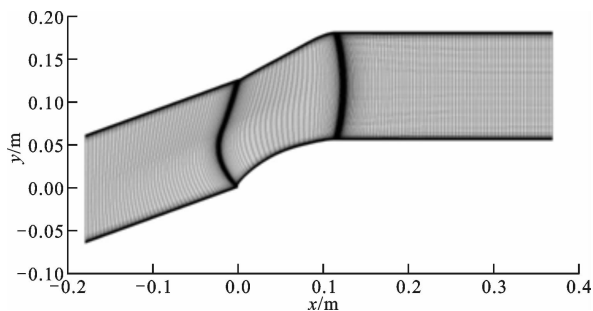


图2 叶栅流场计算网格

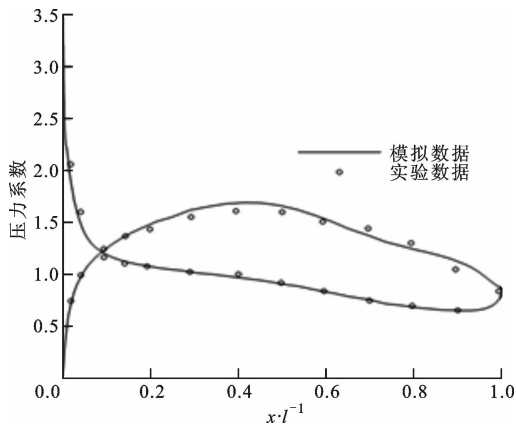


图3 叶栅表面压力系数对比结果

3 伴随方程及伴随场数值求解方法

伴随算法的核心是建立与求解问题相对应的伴随场。对于给定目标压力分布的叶栅反问题的优化设计,其目标函数可定义为

$$\min F = \frac{1}{2} \int_S (p - p_{\text{tar}})^2 ds \quad (2)$$

式中: p 为叶片表面压力分布; p_{tar} 为目标压力分布; S 表示壁面; ds 表示壁面面积微元。当设计变量发生改变时

$$\delta F = \int_S (p - p_{\text{tar}}) \delta p ds + \frac{1}{2} \int_S (p - p_{\text{tar}})^2 \delta(ds) \quad (3)$$

对于定常流动有

$$\delta \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} - \frac{\partial f_{vi}}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (4)$$

式中: f_i 为对流量; f_{vi} 为黏性通量; x_i 为笛卡尔坐标分量; 对于二维情况, $i=1, 2$ 。引入伴随变量 $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4\}^T$, 将式(4)代入目标函数的变分式(3)中可得

$$\delta F = \int_S (p - p_{\text{tar}}) \delta p ds + \frac{1}{2} \int_S (p - p_{\text{tar}})^2 \delta(ds) + \int_D \Psi^T \delta \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} - \frac{\partial f_{vi}}{\partial x_i} \right) dv \quad (5)$$

为将上述变分中流动变量变分有关项与设计变量变分有关项分离,引入流动变量空间导数的变分关系式^[16],即 $\delta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial (\delta \Phi)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\delta x_k) \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}$, 利用高斯积分公式,结合周期性边界积分、固壁面边界无滑移,以及进出口网格节点的变分 $\delta x_i = 0$ 等特点,对式(5)进行展开、整理和化简,得伴随方程

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} - A_i^T \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} - M^T K = 0 \quad (6)$$

式中: $A_i = \frac{\partial f_i}{\partial Q}$; $M = \frac{\partial Q}{\partial W}$; $K = [K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4]^T$, $K_1 = -\frac{T}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial \psi_1}{\partial x_i} \right)$, $K_4 = \frac{T}{p} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial \psi_4}{\partial x_i} \right)$, $K_{i+1} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\partial \psi_{j+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial \psi_4}{\partial x_i} u_j + \frac{\partial \psi_{i+1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \psi_4}{\partial x_j} u_i \right) \mu + \left(\frac{\partial \psi_{k+1}}{\partial x_k} + \frac{\partial \psi_4}{\partial x_k} u_k \right) \lambda \delta_{ij} \right] - \frac{\partial \psi_4}{\partial x_j} \tau_{ij}$, $i=1, 2$; Q 、 τ_{ij} 、 T 、 k 、 μ 、 λ 、 u_i 分别为守恒变量、黏性应力张量、温度、导热系数、动力黏性系数、第二黏性系数、速度分量。考虑流场固壁边界条件为绝热边界条件,推出如下伴随场边界条件。

进、出口边界条件

$$\boldsymbol{\psi}^T \mathbf{A}_i n_i \delta \mathbf{Q} = 0 \tag{7}$$

固壁边界条件

$$\left. \begin{aligned} (p - p_{\text{tar}}) + \psi_{i+1} n_i &= 0 \\ \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} n_i &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

这样,目标函数变分的最终表达式

$$\begin{aligned} \delta F = & \int_s \frac{\psi_{i+1}}{n_i} \tau_{ij} \delta(n_i n_j) \text{d}s - \int_s \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial x_j} \delta x_j n_i \text{d}s + \\ & \int_s \psi_i k \frac{\partial T}{\partial x_j} \delta(n_j \text{d}s) + \int_s \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathbf{f}_{vi}}{\partial x_j} \delta x_j n_i \text{d}s - \\ & \int_s \left[\left(\frac{\partial \psi_{j+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial \psi_{i+1}}{\partial x_j} \right) \mu + \frac{\partial \psi_{k+1}}{\partial x_k} \lambda \delta_{ij} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \delta x_l n_j \text{d}s + \\ & \frac{1}{2} \int_s (p - p_{\text{tar}})^2 \delta(\text{d}s) + \int_s (\psi_{i+1} p - \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{f}_i) \delta(n_i \text{d}s) \end{aligned} \tag{9}$$

上述伴随方程的数值求解方法与流动方程求解方法类似,空间导数项采用中心格式的有限体积法进行离散,加入人工黏性项抑制数值振荡。虚拟时间导数项采用显式五步 Runge-Kutta 法进行时间推进,同时采用当地时间步长、隐式残差光滑技术及多重网格技术进行加速收敛。

4 叶栅反问题优化解法及算例

基于前述叶片几何参数化建模方法、叶栅流场数值求解方法、网格生成方法、伴随场数值求解方法,建立叶栅反问题的优化解法体系,如图 4 所示。

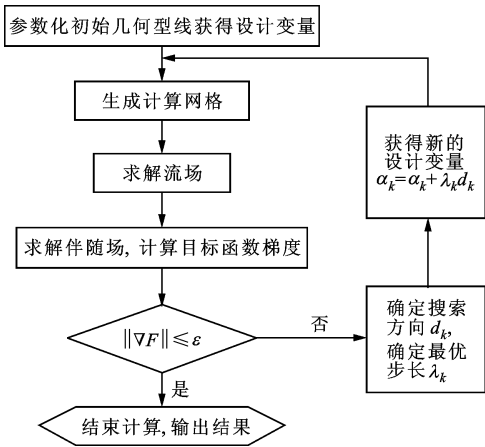


图 4 伴随方法优化设计流程图

在该求解体系中,由于伴随算子的引入,消除了目标函数梯度对流场变量变分的依赖,使得目标函数的梯度求解只需经过一次流场求解和一次伴随场求解,大大减少了叶栅反问题求解的工作量,从一定程度上克服了维数灾难问题。此外,为确保收敛速度,在求得目标函数梯度之后,采用 BFGS 拟牛顿法

确定出寻优方向,并采用支架法^[17]确定出寻优步长,使得该优化循环中目标函数最优。

4.1 算例 1

在本算例中,预先设定目标叶型及压力分布,旨在验证本文基于伴随方法的叶栅反问题优化解法的有效性。其中,目标叶型源自 NACA 65-(12)10 翼型数据,其压力分布由流场计算程序得出,计算条件为:进口总温为 300 K,总压 p_0 为 101 325 Pa,气流角为 39°,攻角 $\alpha=13.1^\circ$,出口静压为 92 563 Pa。为生成初始叶片型线,固定目标叶型前缘、尾缘,将吸力面型值点纵坐标增至原本的 1.1 倍。选取优化设计变量为吸力面 Bezier 曲线控制顶点的横、纵坐标,除去前缘、尾缘,共有 10 个设计变量。

图 5 给出了初始时刻和经过 7 步迭代后的伴随变量 ψ_1 在叶栅流道的分布云图。从图中可以看出,在逼近反问题解的过程中,伴随变量绝对值的最大值明显下降了 2 个数量级,说明目标函数对设计变量梯度值的依赖明显减小,设计变量和目标函数逼近最优,优化所得叶型逼近了叶栅反问题的解。图 6 给出了目标函数随迭代步数的变化。从图中可以看出,目标函数经过 7 个迭代步后趋于平稳,即计算收敛。图 7 给出了初始型线、目标型线以及优化所得反问题解的对比。从图中可以看出,反问题的解与目标型线几乎重合,最大相对误差为 10^{-7} 量级,从而验证了本文叶栅反问题的优化解法和程序的有效性。

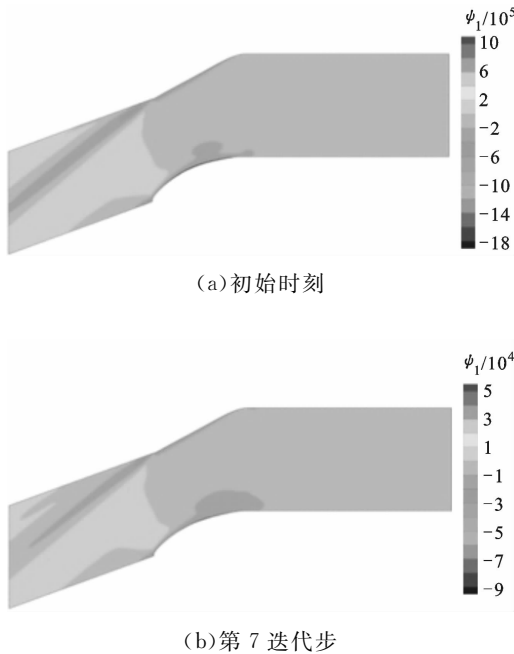


图 5 伴随变量分布云图

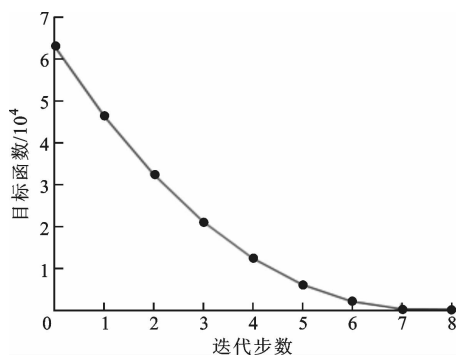


图6 目标函数随迭代步数的变化曲线

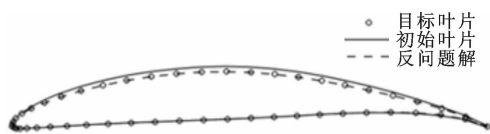


图7 优化求解前后叶型

4.2 算例2

本算例从减弱流动分离的角度出发,在流场分析的基础上,给定有攻角条件下叶栅叶片表面目标压力分布,对叶栅的反问题进行优化求解。不同于算例1,本算例中的初始叶型为 NACA-65-(12)10 翼型,流场计算条件:进口总温为 300 K,总压为 101 325 Pa,出口静压为 92 563 Pa。图 8 给出了进口气流角为 39° 和 42° ,即攻角为 13.1° 和 16.1° 时,计算所得叶片尾缘附近的速度矢量局部放大图。从图中可以看出,当攻角由 13.1° 增大至 16.1° 时,叶片尾缘附近流动分离区域明显增大。图 9 对比了 2 种工况下叶片表面的压力分布。较攻角为 13.1° 的工况,攻角为 16.1° 的工况所对应的叶片吸力面压力分布在 20%~70% 弦长范围内更为陡峭,逆压梯度增加,因而流动分离明显加剧。

基于上述流场分析,给出目标压力分布,即将 20%~70% 弦长范围内 16.1° 工况的叶片吸力面压力分布曲线变平缓,如图 10 所示,旨在减小攻角为 16.1° 情况下的流动分离。为保证叶栅做功能力,将叶片进、出口安装角不变作为约束条件,经过 9 步迭代,优化程序收敛。从图 10 可以看出,相比初始压力,目标压力和反问题解压力在吸力面 20%~70% 弦长范围内的变化更为平缓,逆压梯度有所减小。图 11a、11b 分别给出了反问题的解在攻角为 13.1° 和 16.1° 时的尾缘附近速度矢量局部放大图。从图中可以看出,虽然本算例的反问题设计是在 16.1° 攻角下进行的,但对于所研究的 2 种攻角,流动分离都得到了有效缓解。

表 1 对比了叶栅叶片进、出口的总压损失系数

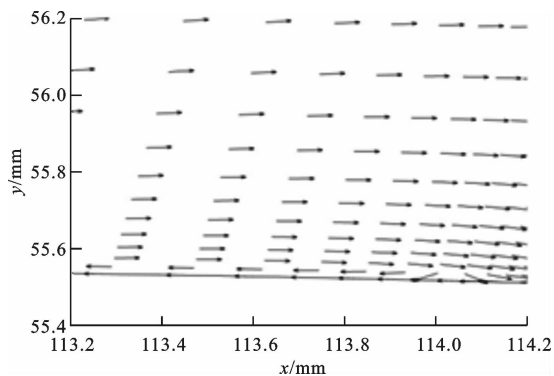
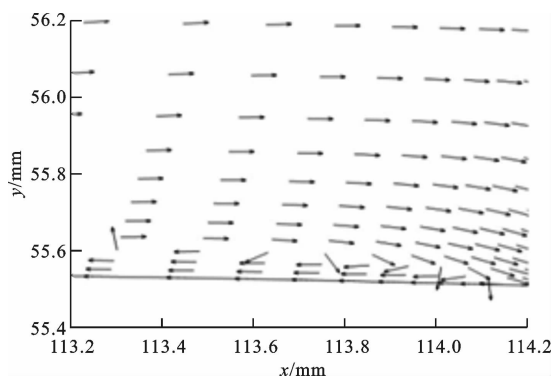
(a) 攻角为 13.1° (b) 攻角为 16.1°

图8 叶片尾缘速度矢量分布

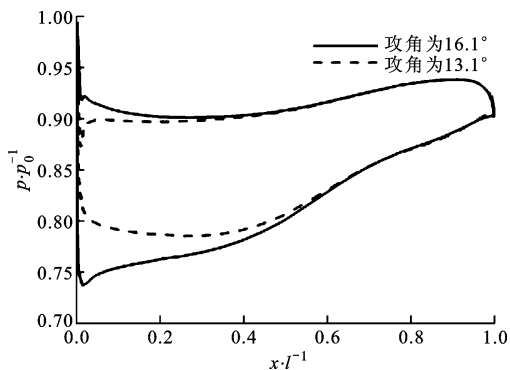


图9 叶片表面压力分布

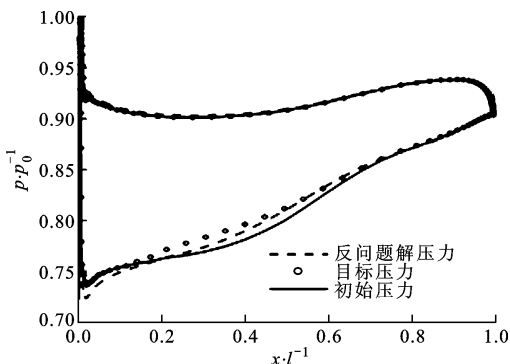


图10 反问题优化求解前、后叶片表面压力分布

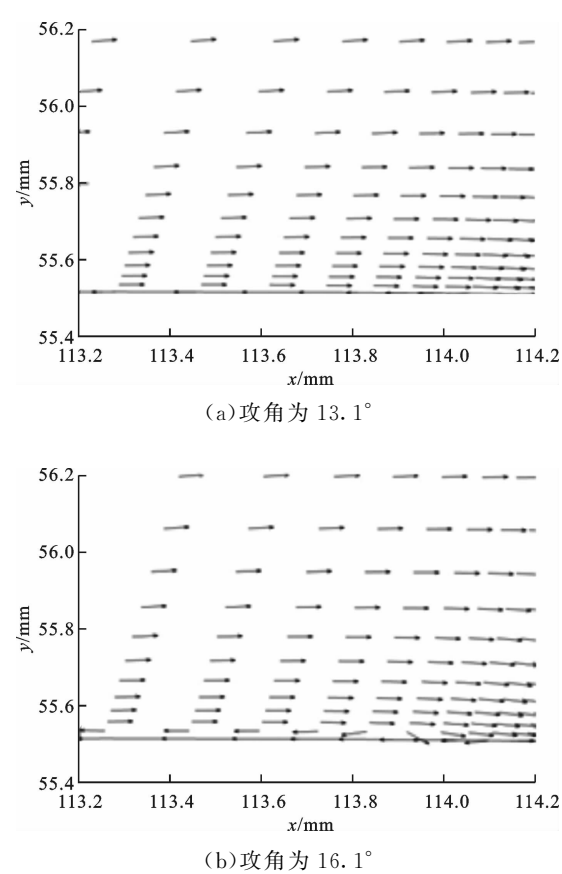


图 11 反问题解的尾缘速度矢量

和静压比。结果显示,反问题的解较初始叶栅,在攻角为 13.1° 和 16.1° 时总压损失系数分别减少了 2.93% 和 3.09%,静压比基本不变。故而说明,在有攻角下对叶栅反问题的优化求解扩大了叶栅的高效稳定运行范围。图 12 对比了求解前、后的叶型。图中显示,反问题解较初始叶片吸力面型线在 20%~70% 弦长范围内趋于平缓,对应叶片挠度变小,从气动角度来讲,这一几何特征有利于降低逆压梯度、减小流动分离,与优化结果一致。值得一提的是,图 10 中反问题解的压力在叶片前缘附近并未很好地逼近目标压力。究其原因,可能在于本算例的目标压力分布是在流场分析的基础上假定给出的,与算例 1 给定具体叶片表面的压力分布不同,如前文所述,这种独立给定压力分布的反问题是过定的,只能得到逼近解。总体来说,本算例中采用优化解法所得的反问题解的叶栅流道流动分离有所缓解,实现了有攻角下叶栅气动性能的提升,有利于扩大叶栅的高效稳定运行范围。

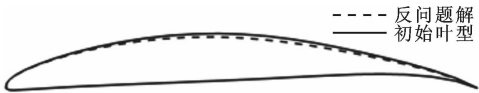


图 12 反问题优化求解前、后的叶型示意

表 1 原始叶型和反问题解的气动性能比较

参数	原始叶型	反问题解	变化量 /%	攻角 /($^{\circ}$)
总压损失系数	0.071 39	0.069 30	-2.93	13.1
静压比	1.052 3	1.052 8	+0.05	
总压损失系数	0.070 59	0.068 41	-3.09	16.1
静压比	1.074 9	1.076 1	+0.11	

5 结 论

(1)本文建立了基于 Bezier 曲线的叶栅叶片几何参数化模型,实现了对叶片几何的精确描述和灵活控制;建立了叶栅内部流场数值计算方法,经验证,能够精确预测叶栅的气动性能。

(2)本文建立了一套集叶片几何参数化、网格生成、流场求解、伴随场求解与优化求解于一体的叶栅反问题的优化求解方法,完成了相应计算程序的开发,并通过基于 NACA65-(12)10 翼型的叶栅反问题优化求解,验证了该方法的有效性。

(3)利用上述方法,从减小流动分离的角度出发,通过给定更合适的叶片表面压力分布,实现了有攻角条件下的叶栅反问题的优化求解,所得叶片吸力面型线更为平缓,在不同攻角下尾缘附近的流动分离较初始时都得到有效缓解。

(4)为将本文方法发展到三维叶栅气动反问题设计,可采用 2 条不同的技术路线:基于 S2m 流面思想,通过优化角动量分布实现叶片的准三维反问题设计;直接优化叶片表面压力分布,实现叶片的全三维反问题设计。

参考文献:

[1] DAY I J. Stall, surge, and 75 years of research [J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2016, 138 (1): 011001.

[2] 张楚华, 琚亚平. 流体机械内流理论与计算 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2016: 48-60.

[3] 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 3-14.

[4] JAMESON A. Aerodynamic design via control theory [J]. Journal of Scientific Computing, 1988, 3 (3): 233-260.

[5] JU Yaping, ZHANG Chuhua. Multi-point robust design optimization of wind turbine airfoil under geometric uncertainty [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer; Part A Journal of Power and

- Energy, 2012, 226(2): 245-261.
- [6] NADARAJAH S K, JAMESON A. A comparison of the continuous and discrete adjoint approach to automatic aerodynamic optimization [C]// 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reston, VA, USA: AIAA, 2000: 667.
- [7] PAPADIMITRIOU D I, PAPADIMITRIOU C. Robust and reliability-based structural topology optimization using a continuous adjoint method [J]. ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems: Part A Civil Engineering, 2016, 2(3): B4016002.
- [8] BUENO O A, CASTRO C, PALACIOS F, et al. Continuous adjoint approach for the Spalart-Allmaras model in aerodynamic optimization [J]. AIAA Journal, 2012, 50(3): 631-646.
- [9] LI Haitao, SONG Liming, ZHANG Pengfei, et al. Inverse problem for isentropic Mach-number on blade wall in aerodynamic shape design of turbomachinery cascades by using adjoint method [C]// ASME Turbo Expo 2011. New York, USA: ASME, 2011: 1229-1240.
- [10] YU Jia, JI Lucheng, LI Weiwei, et al. Shape optimization of axial compressor blades using adjoint method with emphasis on thickness distribution [C]// ASME Turbo Expo 2015. New York, USA: ASME, 2015: V02CT45A005.
- [11] BONAIUTI D, ZANGENEH M. On the coupling of inverse design and optimization techniques for the multiobjective, multipoint design of turbomachinery blades [J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2009, 131(2): 021014.
- [12] 杜磊, 宁方飞. 一种基于共轭方程法求解黏性反问题的简化方法 [J]. 航空学报, 2012, 33(4): 579-606.
- DU Lei, NING Fangfei. An approximate method for viscous inverse design based on adjoint equations [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(4): 579-606.
- [13] 琚亚平. 流体机械多目标鲁棒优化设计方法及其应用研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2013: 26-29.
- [14] 李园园, 张楚华. 跨音速压气机转子网格生成与流场计算 [C]// 中国工程热物理学会 2011 年学术会议. 北京: 中国工程热物理学会, 2011: 117038.
- [15] EMERY J C, HERRIG L J, ERWIN J R, et al. Systematic two-dimensional cascade tests of NACA 65-series compressor blades at low speeds [R]. Virginia, USA: National Advisory Committee for Aeronautics, 1958.
- [16] PAPADIMITRIOU D I, GIANNAKOGLU K C. A continuous adjoint method with objective function derivatives based on boundary integrals for inviscid and viscous flows [J]. Computers & Fluids, 2007, 36(2): 325-341.
- [17] 樊艳红, 宋文萍, 韩中华. 提高基于 Adjoint 方法翼型优化设计鲁棒性的研究 [J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(4): 547-555.
- FAN Yanhong, SONG Wenping, HAN Zhonghua. Improving robustness of adjoint-based airfoil optimization design [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(4): 547-555.

[本刊相关文献链接]

- 王亚洲, 秦国良, 包振忠, 等. 时空耦合谱元方法求解刚性圆柱体表面的声传播问题. 2017, 51(7): 24-29. [doi: 10.7652/xjtuxb201707004]
- 黄琰, 晏鑫, 何坤, 等. 压力面侧小翼结构对凹槽叶顶冷却传热性能的影响. 2017, 51(7): 51-56. [doi: 10.7652/xjtuxb201707008]
- 高庆, 廖高良, 张永海, 等. 透平级气动及运行参数对轮缘密封密封性能影响的数值研究. 2017, 51(7): 62-72. [doi: 10.7652/xjtuxb201707010]
- 王晟旻, 琚亚平, 张楚华. 离心压缩级通流与盘盖侧泄漏流的耦合分析. 2017, 51(7): 73-77. [doi: 10.7652/xjtuxb201707011]
- 杜长河, 范小军, 李亮, 等. 旋转半径和叶片安装角对动叶旋流冷却流动和传热特性的影响. 2017, 51(5): 37-42. [doi: 10.7652/xjtuxb201705006]
- 李琛玺, 王静, 宋立明, 等. 高压比离心叶轮气动强度多学科优化与知识挖掘. 2017, 51(5): 102-111. [doi: 10.7652/xjtuxb201705015]
- 付曦, 张俊红, 寇海军, 等. 复杂载荷下轴流压气机叶片疲劳损伤数值研究. 2017, 51(5): 149-155. [doi: 10.7652/xjtuxb201705021]
- 董玮, 楚武利, 张皓光, 等. 垫升轴流风扇的静叶优化设计及内部流动机理数值研究. 2017, 51(5): 156-164. [doi: 10.7652/xjtuxb201705022]
- 杜长河, 范小军, 李亮, 等. 抽吸孔对旋流和冲击冷却流动传热特性的影响. 2017, 51(1): 19-24. [doi: 10.7652/xjtuxb201701004]
- 李丹宇, 刘小民, 李典. 仿生翼几何特征与气动性能的关系初探. 2017, 51(1): 88-96. [doi: 10.7652/xjtuxb201701014]
- 仲继泽, 徐自力. 流固单向耦合的能量法及机翼颤振预测. 2017, 51(1): 109-114. [doi: 10.7652/xjtuxb201701017]
- 李劲功, 何坤, 晏鑫, 等. 透平叶片近前缘端壁处换热性能的研究. 2017, 51(7): 44-50. [doi: 10.7652/xjtuxb201707007]

(编辑 苗凌)